



POTENCIAÇÃO A PARTIR DE UM TRIÂNGULO FRACTAL: UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO NA TEORIA HISTÓRICO- CULTURAL

EIXO 1: Estágios Supervisionados em Processos Educativos

*Mateus dos Santos Bitencourt*¹
mateussanbit@gmail.com

*Maxwel Fernandes Bernardes*²
maxwebernardes@hotmail.com

*Sarah Galatto Cancillier*³
sarah.gc@unesc.net

*Eloir Fátima Mondardo Cardoso*⁴
efm@unesc.net

Introdução

O presente trabalho foi desenvolvido no ano de 2021 para a realização do Estágio Supervisionado no Ensino Fundamental I e II, do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC. O objetivo é apresentar os resultados do desenvolvimento de uma sequência de ensino referente ao conceito de potenciação, organizada com base nos pressupostos psicológicos da Teoria-Histórico-Cultural (THC).

Comumente se define potenciação como a^n sendo o produto de fatores iguais (Caraça, 1951). Tal definição também é apresentada em livros didáticos (JÚNIOR e CASTRUCCI, 2018). Embora válida, a definição limita o desenvolvimento do conceito, evitando a complementação de outras ideias matemáticas. Damazio (2011) diz que a

¹ Discente da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma-SC.

² Discente da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma-SC.

³ Discente da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma-SC.

⁴ Docente da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma-SC.

potência não se resume a multiplicação de fatores iguais, tendo vínculos estreitos com outras ideias matemáticas como contagem, adição, progressão, exponencial, além da multiplicação.

Neste sentido, as tarefas propostas na sequência de ensino surgem a partir do problema: é possível desenvolver o conceito de potenciação e suas propriedades por meio da articulação das ideias aritméticas, algébricas e geométricas?

Para responder a questão elenca-se como objetivo o desenvolvimento de relações elementares da matemática, especificamente a potenciação, a partir de apropriações aritméticas, algébricas e geométricas. O presente relato apresenta uma possibilidade de desenvolvimento do conceito de potenciação a partir de tarefas que, paulatinamente, vão se complementando.

Metodologia

O trabalho possui duas etapas primordiais, divididas entre os dois semestres do ano de 2021.

Primeira etapa: deu-se início ao desenvolvimento do trabalho de pesquisa, a partir da escolha do conceito matemático a ser trabalhado. Após a seleção do tema, formaram-se grupos que abordariam conceitos semelhantes em seus estudos (em nosso caso, potenciação) para elaboração do referencial teórico, pautado pela THC. Concomitantemente, escolhiam-se as escolas e os anos para a aplicação da pesquisa.

A segunda etapa: constituiu-se da elaboração do plano de aula e seu desenvolvimento em duas escolas. O estágio ocorreu em dois momentos distintos, o primeiro referente à observação das aulas dos professores titulares, num total de 12h/a, o outro relativo à atuação de 24h/a. Vale esclarecer que todas as aulas foram acompanhadas pelos professores regentes da turma.

Os estágios foram desenvolvidos em duas turmas de 8º ano do Ensino Fundamental do município de Criciúma-SC. As turmas se diferenciavam pela modalidade de ensino, uma do ensino regular e do Ensino para Jovens e Adultos (EJA). Na sequência, apresenta-se os resultados da inserção ocorrida nas duas escolas.

Análise e Discussão dos Dados

No presente tópico, apresenta-se uma discussão acerca da construção da operação de potenciação com uma base de número natural ou racional a partir do Triângulo de

Sierpinski. Esta sequência é formada por infinitos triângulos semelhantes e menores a um triângulo inicial, conforme a Figura 1 (ASSIS, 2008).

Figura 1 – Construção dos 5 primeiros níveis do Triângulo de Sierpinski



Fonte: ASSIS (2008)

Ao considerarmos um triângulo (inicial) como ponto de partida, para a contagem de novos triângulos proporcionais (brancos), a cada transformação o número de triângulos triplica. A quantidade pode ser expressa por meio de uma potência de base 3. Ao tomar a medição do lado deste mesmo triângulo, temos uma potência de base $\frac{1}{2}$. Para tanto, em ambos os casos a contagem inicia pela unidade, conforme os critérios de DAMAZIO (2011, p.229) para a aprendizagem do conceito de potenciação com números fracionários:

- 1) a unidade como ponto de partida, geradora da sequência, cuja constituição depende da base (razão) estabelecida; 2) a sequência se expande tanto à direita quanto à esquerda da unidade; 3) há um fator fracionário constante (razão) que, multiplicado por um termo, gera seu sucessor.

A sequência foi desenvolvida por meio de questionamentos que direcionavam os alunos à novas situações. Ao iniciar o processo com a turma de ensino regular, foi solicitada a construção de um triângulo equilátero no caderno. A fim de analisar as noções geométricas básicas dos alunos, foi questionado: “o que é um triângulo equilátero?”. Rapidamente responderam: “um triângulo com os lados iguais”.

Na continuidade, sugeriu-se a transformação do triângulo construído nos seguintes termos: destacar um novo triângulo inscrito no triângulo inicial, a partir dos pontos médios de seus lados.

Após a construção, iniciou-se a análise da imagem fractal formada. Primeiramente, os alunos foram questionados: “é possível saber quantos triângulos não destacados existiram na segunda transformação?”. Os estudantes sugerem a resposta a partir da contagem dos triângulos formados, percebendo que cada um dos triângulos não destacados formava três novos, menores e semelhantes ao inicial.

Na sequência é questionado: podemos representar essa contagem a partir de uma operação matemática? Os alunos sugeriram a multiplicação de fatores iguais ao número 3, ou a potenciação de base 3.

Com a análise das duas sugestões, a discussão prosseguiu com a pergunta: “o quê cada número utilizado para descobrir a quantidade de triângulos não destacados representa na figura fractal?”.

Nesse caso, a base, o expoente e a potência correspondiam às propriedades da figura analisada, mas nem todos os alunos conseguiram relacionar as características da figura com os elementos da operação.

Com o intuito de ampliar as discussões com os alunos, questiona-se: “ a operação de potenciação pode ser escrita com outra base, diferente de 3?”. Além disso, também indagou-se “é possível substituir os números por letras para representar a operação?”. A intenção foi de acrescentar ao debate, a discussão referente a representação algébrica da potenciação, para a definição do modelo geral. Para isso, recorreu-se ao conceito que estava sendo trabalhado com a turma durante as aulas de observação (expressões algébricas). Os alunos sugeriram para indicar a variação da base por x , elevada a um expoente y que resulta em uma potência z , representação universal da operação de potenciação $a^n = p$ (CARAÇA, 1951).

Na última tarefa deu-se prioridade para a representação algébrica, para a análise do modelo geral a qualquer situação que envolva a potenciação. Embora a análise visual exerça um propósito na formação de um sujeito, contribuindo principalmente na classificação e descrição de um objeto, Davydov (2019) afirma que elas se limitam a atividade cotidiana e a manipulação objetiva. Tal limitação prejudica o desenvolvimento da atividade propriamente de estudo. Portanto, ao vincular a ideia visual para abstrata (algébrica), objetivou-se o desenvolvimento do expoente inteiro negativo (analisado a subdivisão da unidade pela base n – vezes quanto o expoente negativo determina).

Tal proposição foi desenvolvida no Ensino Fundamental. Porém, ao trazer para a modalidade EJA, deparou-se com alguns obstáculos como o tempo limitado para tal desenvolvimento. No Proeja, foi desenvolvido a ideia de potenciação a partir da construção de uma árvore genealógica e suas características. Usando como exemplo os familiares de um dos alunos, montou-se a árvore, observamos seu comportamento e chegamos à conclusão de que o grau de parentesco se resumia a uma potência de base 2.

Diante de nossa expectativa, de que os alunos haviam se apropriado do modelo geral do conceito de potenciação, foram propostos diversos exercícios que envolviam potências com expoente positivo, negativo e fracionário. Nesse momento várias dúvidas surgiram, principalmente, relativas a conceitos da matemática anteriormente estudados.

Considerações Finais

Com o desenvolvimento do conceito de potenciação nota-se uma dificuldade considerável em relação as operações elementares, provavelmente em decorrência do ano letivo de 2020 e o primeiro semestre de 2021 conturbado, pela pandemia da COVID-19. Embora não tenha limitado o desenvolvimento das tarefas, por vezes era necessária a retomada de conceitos anteriores. Esta situação se repete com os alunos do EJA. Além disso, a partir do relato da professora titular com as aulas subsequentes à aplicação do estágio, notou-se um desenvolvimento da interpretação algébrica por parte dos alunos.

Por fim, destaca-se o desafio assumido, especificamente com a turma de 8º ano do EJA. O olhar necessitou ser diferenciado devido as recorrentes faltas dos alunos nas aulas, além de constante revisões dos conceitos da matemática básica como as operações de multiplicação e divisão, até mesmo o auxílio na interpretação de exercícios e problemas. No entanto, foi possível atingir o objetivo de fazer com que os alunos compreendessem o conceito de potenciação e suas aplicações.

Palavras-chave: Potenciação; Histórico-Cultural; Fractal; Matemática; Licenciatura.

Referências

ASSIS, Thiago A. et al. **Geometria fractal:** propriedades e características de fractais ideais. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 30, n. 2, 2008.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa: Fotogravura Nacional, 1951.

DAMAZIO, Ademir. O Processo de elaboração do conceito de potenciação de números fracionários: uma abordagem histórico-cultural. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 219-243, abr. 2011.

DAVYDOV, Vasily Vasilovich. Os problemas psicológicos do processo de aprendizagem dos estudantes. In: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (org.). **Teoria da atividade de**

estudo: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davydov e V. V. Repkin - livro I.
Curitiba: Crv, cap. 8. p. 171-173, 2019.

JÚNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática:**
8º ano ensino fundamental anos finais. 4. ed. São Paulo: Ftd, p. 288, 2018.