

Análise de frequência de vazões máximas para projetos de drenagem

Álvaro José Back ¹

Resumo: A vazão máxima pode ser estimada com base na análise de frequência de vazões observadas. Este estudo teve com objetivo avaliar diferentes distribuições de probabilidade e métodos de ajuste dos parâmetros para a estimativa de vazões máximas. Foi usada a série de vazões observadas da estação do Rio das Marombas, do período de 1960 a 2002, localizada no município de São Cristóvão do Sul (SC). Foram testadas as distribuições Log-Normal com dois parâmetros, Log-Normal com três parâmetros, Pearson tipo III, Gumbel e GEV. A aderência das distribuições foi testada com os testes de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling. O teste de Kolmogorov-Smirnov não rejeitou nenhuma das distribuições analisadas no nível de significância de 5%. O teste de Anderson-Darling rejeitou as distribuições Log-Normal com dois parâmetros, distribuição de Gumbel-Chow. Pelo critério de menor valor de AD e erro padrão de estimativa, a distribuição Log-Normal com três parâmetros estimados pelo método dos MML foi distribuição de probabilidades selecionada para estimativa as vazões máximas.

Palavras-Chave: hidrologia; estatística; distribuições de probabilidade; drenagem de rodovias.

Analysis of maximum flow rates for drainage projects

Abstract: The maximum flow rate can be estimated based on the observed flow frequency analysis. This study had the objective of evaluating different probability distributions and methods of adjusting the parameters for the estimation of maximum flows. The series of observed flows of the station of the Marombas River, from the period from 1960 to 2002, in the municipality of São Cristóvão do Sul (SC), was used. The Log-Normal with two parameters, Log-Normal with three parameters, Pearson type III, Gumbel and GEV distributions were tested. The adherence of the distributions was tested with the Kolmogorov-Smirnov and Anderson-Darling tests. The Kolmogorov-Smirnov test did not reject any of the distributions analyzed at the significance level of 5%. The Anderson-Darling test rejected the Log-Normal distributions with two parameters and Gumbel-Chow distribution. By the criterion of lower AD value and standard error of estimate, the Log-Normal distribution with three parameters estimated by the MML method was the probability distribution selected for estimating the maximum flows.

Keywords: hydrology; statistic; probability distributions; drainage of highways.

¹ Engenheiro Agrônomo, Dr. em Engenharia, Pesquisador na Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina, Professor da Universidade do Extremo Sul Catarinense, alvarojoseback@gmail.com.

Introdução

Os eventos de alagamentos ou inundações causam danos à infraestrutura como rodovias, prejuízos econômicos tanto na área urbana como na área rural. Para diminuir os riscos desses eventos são dimensionadas obras hidráulicas como canais de drenagem, bueiros, pontes. Para o dimensionamento dessas obras deve-se estimar a vazão máxima estimada com determinada recorrência ou período de retorno (TUCCI, 2013). Para drenagem de rodovias, o tempo de retorno é de 10 a 20 anos para bueiros, e para pontes de 50 a 100 anos, conforme o tipo e importância da obra (DNIT, 2005).

Dada a carência de dados de vazão medida no local de interesse, na maioria dos projetos de drenagem utiliza-se métodos para estimar a vazão máxima com base na chuva intensa e dados da bacia, como por exemplo, o método racional e o método do hidrograma sintético. No entanto, se existe uma série de dados de vazão medida, a vazão máxima pode ser estimada pelo estudo da frequência de vazões extremas observadas. Para isso determina-se a série de máximas anuais, com a qual se ajusta uma distribuição teórica de probabilidades, que será usada na estimativa das vazões máximas esperadas com determinado período de retorno.

Existem diversas distribuições de probabilidade que podem ser aplicadas para as séries de máximas anuais da vazão, entre as quais se destacam a distribuição Log-Normal, distribuição de Gumbel, a distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV), a distribuição Pearson Tipo III, distribuição Log-Pearson tipo III, e a distribuição Weibull (KITE, 1977; NEGHETTINI; PINTO, 2007).

Para drenagem de rodovias, DNIT (2005) recomenda as distribuições Gumbel, Hazen e Log-Pearson III. Nos Estados Unidos, o Conselho de Recursos Hídricos dos Estados Unidos (*U.S. Water Resources Council*), WRC (1981) recomendando a distribuição Log-Pearson tipo III com o método dos momentos para a estimação de parâmetros como procedimento padrão. A distribuição de Gumbel tem sido muito usada para estimativa de chuvas máximas e também para vazões máximas (MELLO; VIOLA; BESKOW, 2010).

Para o ajuste dos parâmetros das distribuições destacam-se os métodos dos momentos, da máxima verossimilhança, e dos momentos-L. O método dos Momentos tem sido muito utilizado pela facilidade de aplicação. Algumas vantagens e limitações destes métodos são discutidas em Kite (1977), Sevruk e Geiger (1981), Clarke (1994); Rao e Hamed (2000) e Naghettini e Pinto (2007).

Após o ajuste dos parâmetros da distribuição deve-se avaliar a qualidade do ajuste ou a aderência dos dados observados à distribuição ajustada. Dentre os testes de aderência mais utilizados destacam-se os teste de Kolmogorov-Smirnov, teste Qui-Quadrado e o teste de Anderson-Darling (NAGHETTINI; PINTO, 2007). Quando mais de uma distribuição pode ser utilizada deve-se escolher aquela que melhor se adapta a interpretar cada série histórica disponível (EUCLIDES, 1992). Damázio e Costa (1991) ressaltam que, o sucesso do estudo de frequência de vazões depende da distribuição adotada e do método usado para estimar os seus parâmetros.

Nesse sentido este trabalho tem como objetivo avaliar diferentes distribuições de probabilidade e métodos de ajuste dos parâmetros para a estimativa de vazões máximas do Rio Marombas.

Material e métodos

Foi utilizada a série histórica de dados diários de vazão da estação Fluviométrica de Ponte Marombas, código 71490000 (ANA, 2009). A estação está localizada no município de São Cristóvão do Sul (SC), nas coordenadas 27°12'56,16"S e 50°27'57,96"W, altitude 920 m, no Rio das Marombas, Sub-bacia do Rio Canoas e Bacia do Rio Uruguai. A área de drenagem da estação fluviométrica é de 354 km².

Foi determinada a série de máximas anuais do período de 1960 a 2012, em que foram observadas falhas em seis anos, restando 37 dados de vazão máxima anual. Foram utilizadas as distribuições de probabilidade indicadas para eventos extremos, conforme descritas em Naghettini e Pinto (2007).

A distribuição Log-Normal com dois parâmetros é utilizada quando os logaritmos de seus valores tem distribuição normal. Essa distribuição é amplamente usada na hidrologia, principalmente para vazões máximas anuais (CLARKE, 1994) tem função densidade de probabilidade dada pela Eq.1.

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(x)-\mu]^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

em que:

μ é a média dos logaritmos da variável x ;

σ é o desvio padrão dos logaritmos da variável x .

A distribuição Log-Normal com três parâmetros tem assimetria positiva que se adequa muito bem a modelagem de vazões máximas (NAGHETTINI; PINTO, 2007). A função densidade de probabilidade dada pela Eq. 2.

$$f(x) = \frac{1}{(x-\beta)\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(x-\beta)-\mu]^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

em que:

μ é a média dos logaritmos da variável x ;

σ é o desvio padrão dos logaritmos da variável x ;

β é um valor limite inferior

A distribuição Pearson Tipo III, que tem vasta aplicação na hidrologia (KITE, 19977) tem função densidade de probabilidade dada pela Eq. 3.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha\Gamma(\beta)} \left(\frac{x-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\alpha}\right)} \quad (3)$$

em que:

α é o parâmetro de escala;

β é o parâmetro de forma;

γ é o parâmetro de posição ou locação da distribuição.

A distribuição de Extremos Tipo I, também muito conhecida como de Gumbel, tem função densidade de probabilidade dada pela Eq. 4.

$$f(x) = \alpha e^{-\alpha(x-\beta)e^{-(x-\beta)}} \quad (4)$$

em que:

α é o parâmetro de escala;

β é o parâmetro de forma da distribuição.

A distribuição Generalizada de Eventos Extremos (GEV) incorpora três formas de assintóticas de valores extremos máximos em uma única expressão, e tem função densidade de probabilidade dada pela Eq. 5.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 + k \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)\right]^{-\left(\frac{1+k}{k}\right)} e^{-\left\{ \left[1 + k \left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)\right]^{\frac{1}{k}} \right\}} \quad (5)$$

em que:

α é o parâmetro de escala;

β é o parâmetro de posição;

k é o parâmetro de forma da distribuição.

O ajuste dos parâmetros foi realizado pelo método dos momentos (MM) para todas as distribuições (KITE, 1977) e quando aplicável também pelo método da Máxima Verossimilhança (MV) (NAGHETTINI; PINTO, 2007) e Método dos Momentos-L (MML) (HOSKING; WALLIS, 1977). Para a distribuição de Gumbel também foi realizado o ajuste proposto por Chow (1964).

Para avaliar o ajuste das distribuições empregou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov (KITE, 1977) e o teste de Anderson-Darling (NAGHETTINI; PINTO, 2007). Para todos os testes de aderência adotou-se o nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$). A frequência observada e a posição de plotagem nos gráficos elaborados foram calculadas com a fórmula de Cunnane (BACK, 2013), que é tida como fórmula de compromisso com bons resultados para a maioria das distribuições estatísticas utilizadas na hidrologia.

O teste de Kolmogorov-Smirnov consiste em comparar a diferença máxima (D_{max}) entre as frequências teóricas e a frequência observada, de acordo com a Eq. 6.

$$D_{max} = \text{Maximo}\{|F_{obs} - F_{calc}|\} \quad (6)$$

em que:

D_{max} é a estatística do teste;

F_{obs} é a frequência observada;

F_{calc} é a frequência calculada de acordo com a distribuição testada.

O valor D_{max} é comparado com o valor crítico ($D_{crítico}$) ao nível de significância de 5%.

A estatística do teste de Anderson e Darling é calculada conforme a Eq. 7:

$$A^2 = -N - \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)\{\ln F_X(x_{(i)}) + \ln[1 - F_X(x_{(N-i+1)})]\}}{N} \quad (7)$$

em que:

$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ representam as observações ordenadas em ordem crescente;

$F_X(x)$ é a função densidade, segundo a hipótese nula;

N é o número de eventos da série analisada.

Se a estatística A^2 resulta ser um valor maior que o valor crítico, a distribuição empírica $F_N(x)$ e teórica $F_X(x)$ diferem muito entre si e, em consequência, a hipótese nula (de aderência dos dados à distribuição estudada) deve ser rejeitada.

O erro padrão de estimativa, conforme sugerido por Kite (1978), dado pela Eq. 8

$$E_p = \sqrt{\frac{\sum (X_i - X_{c_i})^2}{n - m}} \quad (8)$$

em que:

E_p é o erro padrão para uma dada distribuição de probabilidade;

X_i é a precipitação registrada de ordem i ;

X_{e_i} é a precipitação estimada pela distribuição teórica de probabilidade;

n é o número de elementos na série de máximas anuais;

m é o número de parâmetros estimados para a distribuição de probabilidade.

Resultados e discussões

A série de máximas anuais de vazão apresentou valores de 35,45 a 238,50 $m^3 s^{-1}$, com os quartis respectivamente de 87,83; 108,00 e 124,5 $m^3 s^{-1}$. A série observada apresenta assimetria positiva (coeficiente de assimetria de 0,66), com a presença de apenas um valor considerado como valor extremo (Figura 1). A vazão máxima média é de 102,22 $m^3 s^{-1}$ s com coeficiente de variação de 42,17%.

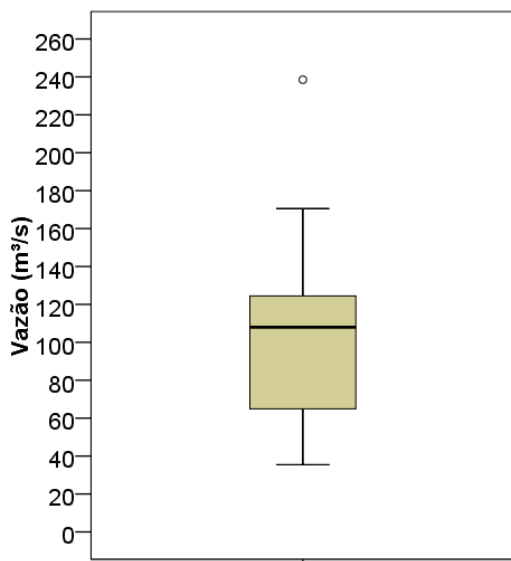


Figura 1. Box-Plot das vazões máximas anuais do Rio das Marombas

Na Tabela 1 constam os parâmetros ajustados e os resultados dos testes de aderência de cada distribuição. Para todas as distribuições os valores de D_{max} foram inferiores ao valor crítico ($D_{crit} = 0,2183$). Considerando o valor crítico $AD = 0,757$, se observa que as o teste de AD rejeitou as distribuições Log-Normal com dois parâmetros e a distribuição Gumbel com parâmetros estimados pelo método dos momentos.

Naghettini e Pinto (2007) ressaltam que o poder do teste KS de discriminar entre hipóteses falsas e verdadeiras é bastante diminuído nas caudas inferior e superior, tanto em função do reduzido número de observações amostrais, quanto em decorrência dos maiores erros de estimação, nessas partições do espaço amostral. Abreu *et al.* (2018) observaram que os testes de aderência apontaram diferentes resultados quanto à adequação das distribuições de probabilidade testadas, e concluíram que o teste de KS foi o menos rigoroso e admitiu aderência em todas as situações testadas. Naghettini e Pinto (2007) destacam que o teste não paramétrico de AD procura ponderar mais fortemente as caudas das distribuições, nas quais as maiores (ou as menores) observações da amostra, podem alterar sobremaneira a qualidade do ajuste.

Tabela 1. Parâmetros ajustados e resultados dos testes de aderência

Distribuição	Parâmetros			Teste de Aderência		Erro padrão St
	Forma	Escala	Localização	KS ¹	AD ²	
Log-Normal -MM	4,545	0,405		0,1324	1,125	9,262
Log-Normal -MM	5,273	0,214	-97,3452	0,0951	0,465	8,190
Log-Normal -MV	5,187	0,234	-81,4347	0,0972	0,484	8,173
Log-Normal -MML	5,961	0,110	-288,213	0,0750	0,375	8,676
Pearson III-MM	14,186	9,235	-28,786	0,0956	0,469	8,231
Pearson III-MV	19,387	5,129	2,783	0,1090	0,584	8,454
Gumbel- MM	33,6121	82,818		0,1233	0,843	8,756
Gumbel- MV	36,277	82,018		0,1135	0,640	9,041
Gumbel- MML	34,751	82,150		0,1217	0,737	8,740
Gumbel- Chow	30,017	81,624		0,1067	0,590	9,854
GEV -MM	37,478	83,830	0,095	0,0981	0,495	8,336
GEV - MML	40,296	85,464	0,1908	0,0750	0,404	8,936

¹D_{crit} = 0,2183; ²Valor Crítico AD = 0,752 para distribuição Log-Normal; AD = 0,757 Gumbel.

A distribuição de Gumbel é bastante empregada na análise de eventos extremos de chuva e vazão. Existem vários trabalhos mostrando que essa distribuição se ajusta bem, porém muitas vezes essa conclusão é baseada no teste KS, que não é muito rigoroso para rejeitar a hipótese. Barbosa *et al.* (2005) testaram as distribuições Gumbel, Normal, Log-Normal, Pearson tipo III, Log-Pearson III e Weibull, sendo a escolha da distribuição mais significativa pelo teste de KS. Para as vazões máximas foi escolhida a distribuição Pearson Tipo III. Souza *et al.* (2012) utilizando uma série de treze anos provenientes da microbacia do córrego da Capetinga (DF), concluíram que as distribuições Log-Normal 3 e Pearson tipo III foram as que melhor representaram a série de vazões máximas. Lopes *et al.* (2016) analisando dados de

vazão do Rio Ivaí-PR, em que foram testados os modelos probabilísticos de Gumbel, Log-normal a dois e três parâmetros concluíram que o modelo de Gumbel foi mais adequado tanto para vazões máximas como vazões mínimas. Silva (2003) analisando as vazões do córrego Capetinga verificou que a distribuição de Gumbel, adaptou-se muito bem tanto na descrição dos eventos máximos simulados quanto na descrição dos eventos observados.

Alguns autores (OLIVEIRA *et al.*, 2005; OTTERO; CHARGEL; HORA, 2018) usaram o critério de menor valor D_{max} para eleger a distribuição de probabilidade. No entanto, o valor D_{max} é baseado em um único valor da série e, por isso, o critério do menor erro padrão de estimativa parece mais indicado. O uso do teste de AD ou critério do menor erro padrão de estimativa são mais adequados. Outros critérios mais subjetivos como a análise gráfica dos desvios podem ser usados na seleção de distribuição de probabilidades

Nas Figuras 2 e 3 pode-se visualizar a aderência dos dados observados às distribuições ajustadas. Para a maioria das distribuições há semelhanças no padrão das distribuições ajustadas. A distribuição Log-Normal com dois parâmetros (Figura 2A) apresentou aderência ligeiramente inferior, principalmente para os menores valores. A distribuição Log-Normal com três parâmetros (Figura 2B) apresentou aderência semelhante a distribuição GEV (Figura 3B). Também pode-se visualizar que não houve diferença significativa entre os três métodos de estimativa dos parâmetros da distribuição Log-Normal com três parâmetros. O método MML apresentou o menor valor D_{max} e menor valor AD. No entanto, o erro padrão de estimativa foi ligeiramente superior aos demais métodos. A distribuição Pearson tipo III (Figura 2C) apresentou valores dos testes de aderência e ajuste semelhante à distribuição Log-Normal com três parâmetros. Para a distribuição Gumbel (Figura 3A) foram obtidos valores de D_{max} maiores do que para as demais distribuições, exceto a distribuição Log-Normal (Figura 2 A). Também os valores de erros padrão da estimativa da distribuição Gumbel foram maiores, principalmente para a distribuição com ajuste pelo método de Chow.

Considerando o critério de menor valor do teste de AD as distribuições Log-Normal com três parâmetros estimados pelo método MML seria a distribuição selecionada. No entanto, se considerar somente o menor valor do teste KS, a distribuição Log-Normal com três parâmetros estimados pelo método MML e a distribuição GEV –MML tem o mesmo desempenho. No critério do menor erro padrão de estimativa destaca-se a distribuição Log-Normal com três parâmetros estimados pelo método MV.

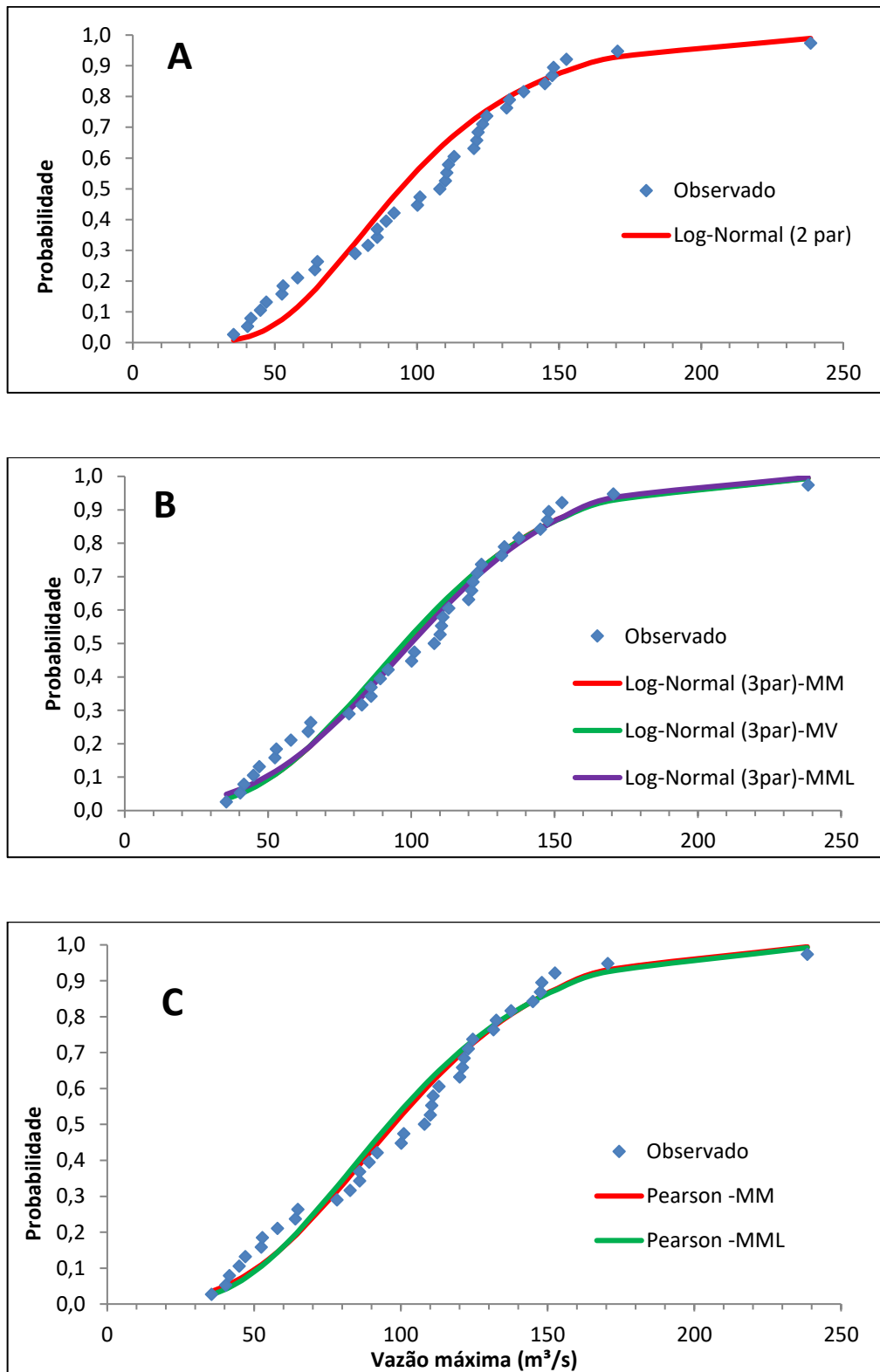


Figura 2. Aderência das distribuições Log-Normal com dois parâmetros: (A), Log-Normal com três parâmetros (B) e Pearson tipo III (C) à vazões máximas anuais do rio das Marombas

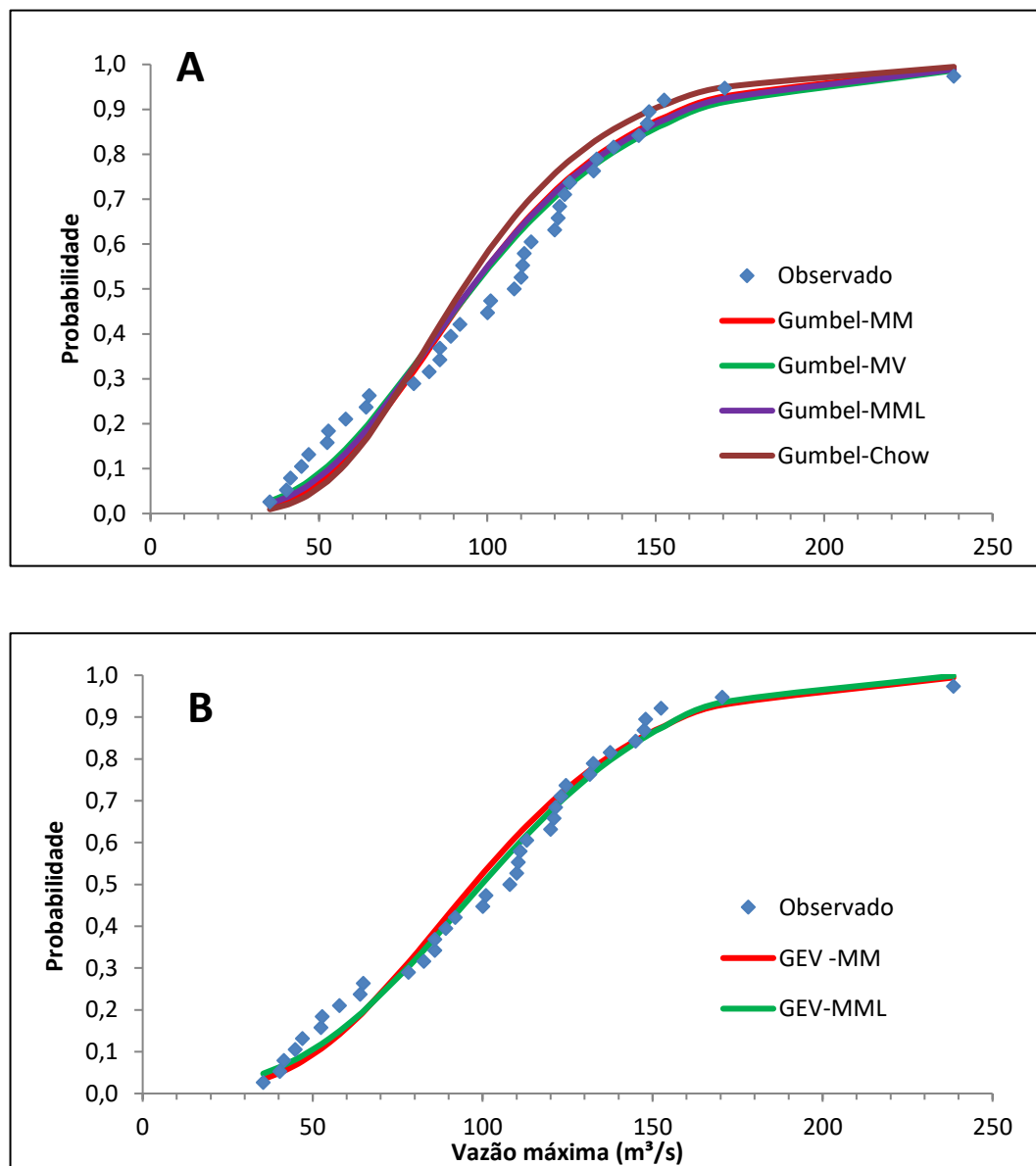


Figura 3. Aderência das distribuições Gumbel: (A) e GEV (B) à vazões máximas anuais do rio das Marombas

Na Tabela 2 constam os valores de vazões máximas estimadas por meio de cada uma das distribuições para os períodos de retorno de 5 a 100 anos. Tomando-se como base a distribuição Log-Normal com três parâmetros estimados pelo método dos Momentos-L, observa-se que distribuição Gumbel-Chow apresenta estimativa 5,8% superior, enquanto todas as demais as diferenças forma inferiores a 4%. Para períodos de retorno de 100 anos a distribuição Gumbel-Chow tem estimativa 21,1% superior. Enquanto que a distribuição Log-

Normal com dois parâmetros apresenta estimativa 14,1% superior. Para a distribuição Gumbel as diferenças foram acima de 10 %. Entre as distribuições Pearson, GEV e Log-Normal com três parâmetros as diferenças ficaram abaixo de 10 %, mostrando que todas as distribuições podem ser usadas na estimativa das vazões.

Tabela 2. Vazão máxima estimada para o Rio das Marombas de acordo com a distribuição de probabilidades

Distribuição	Período de retorno (anos)				
	5	10	25	50	100
Log-Normal (2 par)	132,4	158,2	191,3	216,3	241,6
Pearson-MM	136,4	159,5	186,5	205,2	222,9
Pearson-MV	135,9	160,8	190,5	211,6	231,9
Gumbel-MM	133,2	158,5	190,3	214,0	237,4
Gumbel-MV	136,4	163,7	198,1	223,6	248,9
Gumbel-MML	134,3	160,4	193,3	217,7	242,0
Gumbel-Chow	138,6	167,2	203,2	230,0	256,5
GEV-MM	136,2	159,8	187,2	206,0	223,5
GEV_MML	138,0	159,2	181,9	196,3	208,8
Log Normal (3par)-MM	136,1	159,2	186,3	205,3	223,5
Log Normal (3par)-MV	136,3	159,8	187,6	207,3	226,2
Log Normal (3par)-MML	137,1	158,0	181,4	197,1	211,8

Os resultados mostram que para períodos de retorno inferiores ao tamanho da série, todas as distribuições testadas apresentaram estimativas semelhantes. Para drenagem de rodovias, apesar de recomendar as distribuições Gumbel, e Log-Pearson III, DNIT (2005) ressalta que os resultados da extrapolação estatística obtidos segundo diversas leis de distribuição começam a divergir apreciavelmente somente para tempos de recorrência mais elevados para os quais a aplicação não é mais recomendável. Para drenagem urbana e drenagem de rodovias, grande parte das obras são dimensionadas com períodos de retorno inferiores a 100 anos. Para a microdrenagem urbana, onde se utiliza períodos de retorno de 2 a 10 anos (PORTO, 1995), também para drenagem de rodovias em estradas de pouco movimento, onde o período de retorno é de 5 a 10 anos (COLLISCHONN; DORNELLES, 2013). Nos projetos de drenagem agrícola, o dimensionamento dos canais geralmente é realizado com períodos de retorno de 5 a 10 anos (PIZARRO, 1978; CRUCIANI, 1987).

No entanto, existem obras de macrodrenagem em área de importância específica onde são recomendados períodos de retorno de 500 anos (PORTO, 1995; COLLISCHONN;

DORNELLES, 2013). Também é o caso de projetos de barragem, em que o período de retorno pode ser de retorno de 1000 ou 10.000 anos (ELETROBRAS, 2000). Em tais projetos deve-se fazer uma investigação mais criteriosa da distribuição de probabilidade a ser usada e sua capacidade para estimar os eventos extremos. Nestas situações é importante uma análise mais detalhada da distribuição de probabilidade a ser usada, uma vez que além da implicação nos custos da obra, existem riscos de vidas humanas envolvidas.

Conclusões

Com os resultados obtidos na série de vazões de Ponte Marombas pode-se obter as seguintes conclusões:

- 1) Os testes de Kolmogorov-Smirnov não rejeitou nenhuma das distribuições analisadas no nível de significância de 5%;
- 2) O teste de Anderson-Darling rejeitou as distribuições Log-Normal com dois parâmetros, distribuição de Gumbel-Chow
- 3) Pelo critério de menor valor de AD e erro padrão de estimativa, a distribuição Log-Normal com três parâmetros, com parâmetros estimados pelo método dos MML foi distribuição de probabilidades selecionada para estimativa as vazões máximas;
- 4) Para períodos de retorno de até 10 anos todas as distribuições testadas apresentaram valores de vazão com diferenças inferiores a 10%;
- 5) Para períodos de retorno maiores que o tamanho da série de dados observados deve-se fazer uma análise mais criteriosa para a seleção da distribuição de probabilidade a ser utilizada na estimativa das vazões extremas.

Referências bibliográficas

ABREU, M. C.; CECILIO, R. A.; PRUSKI, F. F.; SANTOS, G. R.; ALMEIDA, L. T.; ZANETTIM S. S. Critérios para escolha de distribuições de probabilidade em estudos de Eventos extremos de precipitação. **Revista Brasileira de Meteorologia**, São José dos Campos, v. 33, n. 4, p.601-613, 2018.

AGENCIA NACIONAL DE ÁGUAS –ANA. **Inventário das estações fluviométricas**. ANA, Brasília: ANA/SGH, 2009. 196p.

- BACK, Á. J. **Chuvas intensas e chuva para dimensionamento de estorturaras de drenagem para o Estado de Santa Catarina** (Com programa HidroChuSC para cálculos). Florianópolis, Epagri, 2013. 193p.
- BARBOSA, S. E. S.; BARBOSA JUNIOR, A. R.; SILVA, G. Q.; CAMPOS, E. N. B.; RODRIGUES, V. C. Geração de modelos de regionalização de vazões máximas, médias de longo período e mínimas de sete dias para bacia do Rio do Carmo, Minas Gerais. **Engenharia Sanitária Ambiental**, Rio de Janeiro, v.10, n.1, p.64-71, 2005.
- CHOW, V. **Handbook of applied hydrology**. New York: McGraw-Hill, 1964. 1418 p
- CLARKE, R. T. *Statistical modelling in Hydrology*. Chichester: John Wiley & Sons, 1994. 429p.
- COLLISCHONN, W.; DORNELLES, F. **Hidrologia para engenharia e ciências ambientais**. Porto Alegre, ABRH, 2013. 336p.
- CRUCIANI, D. E. **A drenagem na agricultura**. São Paulo: Editora Nobel, 1987. 337 p.
- DAMÁZIO, J. M.; COSTA, F. S. *Regionalização da curva de frequência de precipitação máximas anuais na bacia do rio Madeira*. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HIDRICOS, 9, 1991. **Anais...** Rio de Janeiro: ABRH, v.4, pp.153-161. 1991.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTE DNIT. **Manual de Hidrologia básica para estruturas de drenagem**. Rio de Janeiro, 2005. 133p. Publicação IPR-715
- ELETOBRAS. **Diretrizes para estudos e projetos de Pequenas Centrais Hidrelétricas**. Centrais Hidrelétricas Brasileiras S.A. - Eletrobrás, 2000.
- EUCLYDES, H. P. **Regionalização de vazões máximas e mínimas para a bacia do rio Juatuba-MG**. 1992. 66p. Dissertação (Mestrado) – Curso de Pós-graduação em Engenharia Agrícola, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1992.
- HOSKING, J. R. M.; WALLIS, J. R. **Regional frequency analysis: an approach based on L-moments**. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 224p.
- KITE, G. H. **Frequency and risk analyses in hydrology**. Fort Collins: Water Resources Publication, 1977. 224p.
- LOPES, T. R.; PRADO, G. ZOLIN, C. A.; PAULINO, J.; ANTONIEL, L. S. Regionalização de vazões máximas e mínimas para a bacia do Rio Ivaí-PR. **Irriga**, Botucatu, v.21, n.1, p.188-201, 2016.
- MELLO, C. R de; VIOLA, M. R.; BESKOW, S. Vazões máximas e mínimas para bacias hidrográficas da região do Alto Rio Grande, MG. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 32, n. 2, p.494-502, 2010.
- NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A.. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007. 552p.
- OLIVEIRA, L. F. C.; CORTÊS, F. C.; WEHR, T. R.; BORGES, L. B.; SARMENTO, P. H. L.; GRIEBELER, N. P. Intensidade-duração-frequência de chuvas intensas para localidades no Estado de Goiás e Distrito Federal. **Pesquisa Agropecuária Tropical**, Goiânia, v. 35, n. 1, p.13-18. 2005

OTTERO, C. R.; CHARGEL, L. T.; HORA, M. A. G. M. Análise de frequência dos dados pluviométricos observados em 2011 a 2013 na região Serrana do Rio de Janeiro. **Revista Brasileira de Meteorologia**, São José dos Campos, v. 33, n.1, p.131-139, 2018.

PIZARRO, F. **Drenaje agrícola y recuperacion de suelos salinos**. Editora Agrícola Española, Madrid, 1978. 521p

PORTO, R. L. L. Escoamento superficial direto. In: TUCCI, C. E. M.; PORTO, R. L. L.; BARROS, M. T. (Org.). **Drenagem urbana**. Editora da Universidade, Porto Alegre. p.107-165. 1995.

RAO, A. R.; HAMED, K. H. **Flood Frequency Analysis**. CRC press, Boca Raton, Florida, USA, 2000.

SEVRUK, B.; GEIGER, H. **Selection of distribution types for extremes of precipitation**. World Meteorological Organization Report n° 15. Geneva. 1981. 65p.

SILVA, C. L. Análise estatística das características de vazão do córrego Capetinga. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v.7, n.2, p.311-317, 2003.

SOUZA, F. A. O.; SILVA, C. L.; MAGGIOTO, S. R.; OLIVEIRA JUNIOR, M. P. Caracterização das vazões em uma pequena bacia hidrográfica do Distrito Federal, Brasil. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v.16, n.1, p10-17, 2012.

TUCCI, C. E. M. **Hidrologia: ciência e aplicação**. 4 ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS/ABRH, 2013. 943p .

US WATER RESOURCES COUNCIL. (1981). **Guidelines for Determining Flood Flow Frequency**, Bulletin 17B, US Govt. Printing Office, Washington, 1981.